

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian :180 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi có 1 trang, gồm 5 câu)

Ngày thi: 5 tháng 10 năm 2020

Câu 1(3 điểm) a) Cho hàm số $y = -x^4 + (m+3)x^2 + m$. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị A,B,C (A thuộc trục Oy) sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng BC bằng 4.

b) Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 lập ra được bao nhiêu số lẻ có bốn chữ số khác nhau và lớn hơn 2011 ?

c) Giải phương trình $3\sqrt{3x-2} = x^3 - 2$

Câu 2 (2 điểm) Cho dãy số $u_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}$ (có n dấu căn), $n=1,2,3,\dots$

1) Chứng minh rằng dãy số này có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

2) Xét dãy số $v_n = 2^n \cdot \sqrt{2 - u_n}$ ($n=1,2,3,\dots$). Tìm giới hạn của dãy số này.

Câu 3(1 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{a+1}{ab+1} + \frac{b+1}{bc+1} + \frac{c+1}{ca+1} \geq 3$$

Câu 4(2 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương n để đa thức

$P(x) = x^n + (2+x)^n + (2-x)^n$ có ít nhất một nghiệm nguyên.

Câu 5(2 điểm) Cho tam giác không cân ABC nội tiếp (O) và ngoại tiếp (I). Gọi M là tiếp điểm của BC và (I), AM cắt lại (O) tại D. Chứng minh rằng nếu OI vuông góc với AM thì $AB \times CD = AC \times BD$

